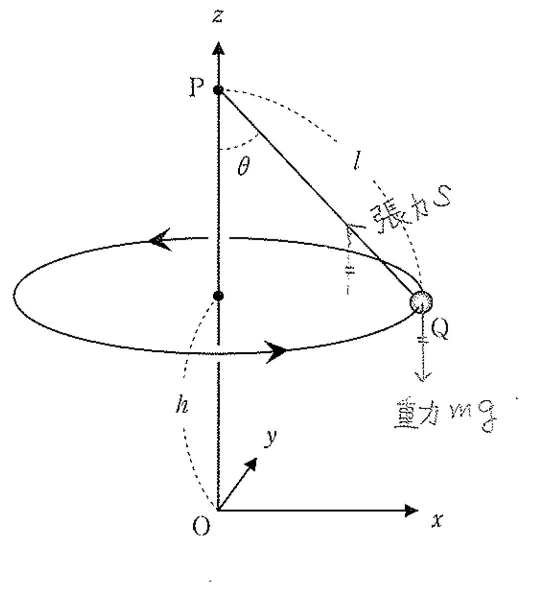
受験番号	第　　　　　番

物　理　301　その１

第１問　質量の無視できる長さ l〔m〕のひもの一端に質量 m〔kg〕の小球をつける。そのひもの他端Pを手に持ち，張力 S〔N〕で引っ張りながら，小球を水平面内で等速円運動させる。張力 S を変化させると，ひもが鉛直線となす角 θ〔rad〕と小球の円運動の速さ v〔m/s〕はともに変化する。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とし，空気抵抗は無視して，次の問いに答えよ。ただし，**問１**では張力，重力を図に描き入れ，①，②に適切な語句を入れよ。また，**問２**，**問３**は，l，m，S，g 以外の文字を使ってはいけない。



問１　小球に働いているひもの張力 S と重力 mg を，大きさに注意して図に描き入れよ。この合力は［　①　］の方向を向き，［　②　］と呼ばれている。

答	① 円の中心	② 向心力

問２　鉛直方向の力のつりあいを用いて $\cos\theta$ を表せ。

〔式と計算〕

$S\cos\theta - mg = 0$

$\therefore \cos\theta = \dfrac{mg}{S}$

答	$\cos\theta = \dfrac{mg}{S}$

問３　小球の円運動の速さ v はいくらか。

〔式と計算〕

$m\dfrac{v^2}{l\sin\theta} = S\sin\theta$ より

$v^2 = \dfrac{lS}{m}\cdot\sin^2\theta$

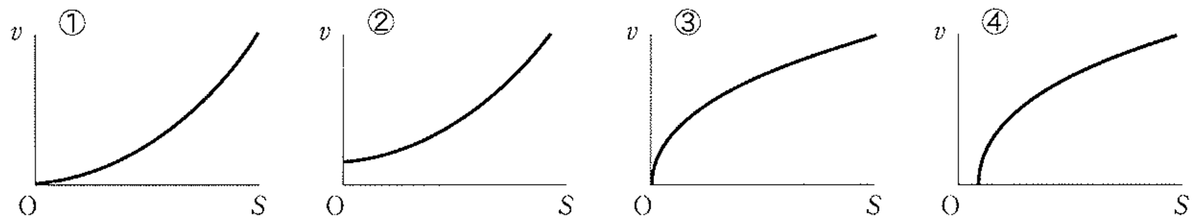
問２より

$v^2 = \dfrac{lS}{m}\left(1 - \dfrac{m^2g^2}{S^2}\right)$

$\therefore v = \sqrt{\dfrac{lS}{m}\left(1 - \dfrac{m^2g^2}{S^2}\right)}$

答	$v = \sqrt{\dfrac{lS}{m}\left(1 - \dfrac{m^2g^2}{S^2}\right)}$ (m/s)

問４　ひもの張力 S と小球の円運動の速さ v の関係を正しく表したグラフの番号を選べ。



答	④

問５　小球は高さ $z = h$ の位置で円運動しているとする。小球が xz 面にきたとき，すなわち図の点Qで手を離した。このときの速さを v_Q，ひもが鉛直方向となす角を θ_Q とする。小球が床（$z = 0$）に落ちる地点の x 座標，y 座標はいくらか。

〔式と計算〕床に落ちるまでの時間をtとすると，

$h = \dfrac{1}{2}gt^2 \quad \therefore t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ (s)

+x方向の初速は0，+y方向の初速はv_Qで等速直線運動をする。$\therefore y = v_Q \cdot t = v_Q\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ (m)

$x = l\sin\theta_Q$ (m)

答		
	x 座標	$l\sin\theta_Q$ (m)
	y 座標	$v_Q\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ (m)

問６　ひもの張力 S が重力 mg より十分大きいときには，mg/S を０としてよい。0.20 m のひもにつけた 0.010 kg の球を速さ 5.0 m/s で回転させるには，いくらの張力で引っ張ればよいか。

〔式と計算〕$\dfrac{mg}{S} \fallingdotseq 0$ より 問３から $v = \sqrt{\dfrac{lS}{m}}$ と近似できる。

$l = 0.20$ m，$m = 0.010$ kg，$v = 5.0$ m/s を代入して，

$5.0 = \sqrt{\dfrac{0.20 \times S}{0.010}}$ より $S = 1.25$ (N)

答	1.25 (N)

小　計	点

受験番号	第　　　　　番

物　理　301　その2

第2問　図1のように，内側の断面積S〔m^2〕のシリンダーが鉛直に立てられていて，その内部にはn〔mol〕の理想気体が，なめらかに動くピストンで閉じこめられている。ピストンは質量M〔kg〕で，その上にはおもりをのせることができる。シリンダーの底面には熱交換器が取りつけられており，理想気体と熱をやりとりして，理想気体の温度を調整することができる。シリンダーとピストンはともに断熱材でできており，シリンダー内での熱交換器の体積は無視できるものとする。初め，ピストンの上におもりをのせないとき，気体の体積はV_A〔m^3〕であった。この状態をAとする。大気圧をp_0〔Pa〕，重力加速度の大きさをg〔m/s^2〕，理想気体の気体定数をR〔J/(mol・K)〕，定積モル比熱をC_V〔J/(mol・K)〕として，以下の問いに答えよ。

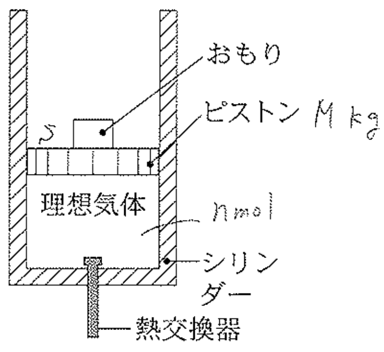


図1

問1　状態Aでの気体の温度を求めよ。

〔式と計算〕状態Aでの内部の圧力をP_Aとすると，

$P_A S = P_0 S + Mg$ より $P_A = P_0 + \frac{Mg}{S}$　状態Aでの温度をT_Aとすると，

$(P_0 + \frac{Mg}{S}) \cdot V_A = nRT_A$ より　$T_A = \frac{V_A}{nR}(P_0 + \frac{Mg}{S})$

答	$\frac{V_A}{nR}(P_0 + \frac{Mg}{S})$ (K)

問2　状態Aから，熱交換器によりシリンダー内の気体の温度を一定に保ちながら，ピストンの上におもりを少しずつのせていき，気体を圧縮した。おもりの質量がm〔kg〕になったときの気体の状態をBとする。図2はシリンダー内の気体の状態を表す圧力pと体積Vのグラフで，この過程A→BにおけるpとVの変化が示してある。状態Bでの気体の体積を求めよ。

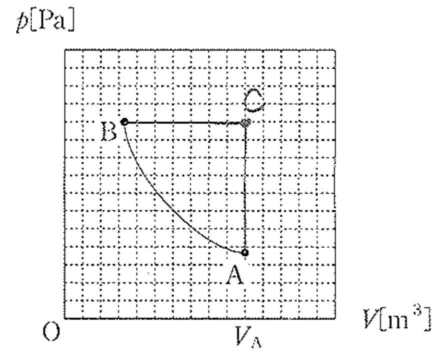


図2

〔式と計算〕状態Bでの圧力をP_Bとすると，

$P_B S = P_0 S + (M+m)g$ より　$P_B = P_0 + \frac{(M+m)g}{S}$

等温変化より PV = 一定

∴状態Bでの気体の体積をV_Bとすると，

$\{P_0 + \frac{(M+m)g}{S}\} \cdot V_B = (P_0 + \frac{Mg}{S}) \cdot V_A$ が成立。

∴ $V_B = \frac{P_0 S + Mg}{P_0 S + (M+m)g} \cdot V_A$

答	$\frac{P_0 S + Mg}{P_0 S + (M+m)g} \cdot V_A$ (m^3)

問3　状態Bから，ピストンの上のおもりを質量mのままにして，熱交換器でシリンダー内の気体に熱をゆっくり加えて，気体が初めの体積V_Aになるまで膨張させた。これを状態Cとする。図2に状態Cを表す点を文字Cとともに記号●で記入し，過程B→CにおけるpとVの変化を表す実線を描き入れよ。また，過程B→Cで気体がした仕事を求めよ。

〔式と計算〕定圧変化より過程B→Cで気体がした仕事をW_{BC}とすると $W_{BC} = P_B(V_A - V_B)$

$= \{P_0 + \frac{(M+m)g}{S}\} \cdot (V_A - \frac{SP_0 + Mg}{SP_0 + (M+m)g} V_A) = \frac{mgV_A}{S}$

答	$\frac{mgV_A}{S}$ (J)

問4　状態Cから，気体の体積をV_Aに保ったまま，熱交換器でシリンダー内の気体から熱を奪いながら，ピストンの上のおもりを少しずつとりのぞいていき，状態Aまで変化させた。図2に過程C→AにおけるpとVの変化を表す実線を描き入れよ。また，過程C→Aで気体から奪った熱量を求めよ。

〔式と計算〕定積変化より仕事は0.

∴ $\Delta Q = \Delta U$ が成立。

よって過程C→Aで気体が得た熱量 $\Delta Q = nC_V(T_A - T_C)$

$\Leftrightarrow \Delta Q = \frac{C_V V_A}{R}(P_A - P_B) = -\frac{mgC_V \cdot V_A}{SR}$

よって気体から奪った熱量は $\frac{mgC_V \cdot V_A}{SR}$

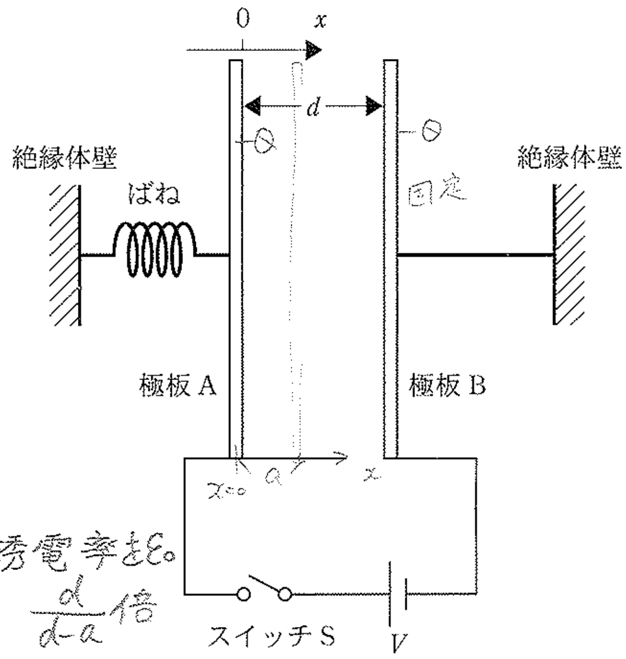
答	$\frac{mgC_V V_A}{SR}$ (J)

小　計	点

受験番号	第　　　　　番

物　理　301　その3

第3問　図のように，真空中に一対の正方形の平行な金属板A，Bを極板とするコンデンサーが置かれている。A，Bには起電力V〔V〕の電池とスイッチSが図のようにつながれている。極板Bは固定されている。極板Aには，ばね（ばね定数k〔N/m〕）が取り付けられており，Aは導線との接続部の上を，Bと平行なまま水平方向になめらかにすべることができる。図のように水平方向にx座標をとる。ばねが自然長のときのAの位置を$x=0$〔m〕，A，B間の距離をd〔m〕，コンデンサーの容量をC〔F〕とする。A，Bの辺の長さは同じであり，dに比べて十分に大きい。最初，Sは開いており，A，B上に電荷はなかった。ばねの質量および回路内の電気抵抗は無視できるものとして，以下の問いに答えよ。



問1　Aを$x=0$の位置で固定しSを閉じた。十分な時間が経過した後，Aにたくわえられた電荷はいくらか。

〔式と計算〕

コンデンサーの容量 C(F)
電圧 V (V) より
$Q=CV$

答	CV (C)

問2　その後，Sを開きAを放したところ，Aは図の右方向に動きはじめた。①$x=a\,(a<d)$のときのコンデンサーの容量はCの何倍か。②また，$x=a$のときのコンデンサーの静電エネルギーは$x=0$のときの値に比べどれだけ減少しているか。

〔式と計算〕① $x=a$の時のコンデンサーの容量は真空の誘電率をε_0として．$C_{x=a}=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d-a}$，はじめは$C_{x=0}=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$より．$\dfrac{d}{d-a}$倍

② $U=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{Q^2}{C}$ より

$U_{x=0}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{Q^2}{C}$，$U_{x=a}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{Q^2}{\frac{d}{d-a}C}$

$\therefore\ \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{Q^2}{\frac{d}{d-a}C}-\dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}=-\dfrac{aQ^2}{2Cd}=\dfrac{-a(CV)^2}{2Cd}=-\dfrac{aCV^2}{2d}$

答	① $\dfrac{d}{d-a}$ 倍	② $\dfrac{aCV^2}{2d}$ 減少

問3　$x=a$のときのAの運動エネルギーをK〔J〕として，そのときのばねも含めた全系のエネルギーはいくらか。

〔式と計算〕

ばねの弾性エネルギー $=\dfrac{1}{2}ka^2$
コンデンサーの静電エネルギー $=\dfrac{(d-a)CV^2}{2d}$
より

答	$\dfrac{1}{2}ka^2+\dfrac{CV^2(d-a)}{2d}+K$ (J)

問4　その後，Aは$x=b\,(b<d)$までBに接近したのち，ばねに引き戻された。bを求めよ。

〔式と計算〕　$x=b$では$K=0$より．エネルギーの保存則より．

$\dfrac{1}{2}CV^2=\dfrac{1}{2}kb^2+\dfrac{d-b}{2d}\cdot CV^2$ が成立。

$kb^2=\dfrac{b}{d}CV^2$

$b\neq0$より　$kb=\dfrac{CV^2}{d}$

$\therefore\ b=\dfrac{CV^2}{kd}$

答	$b=\dfrac{CV^2}{kd}$ (m)

小　計	点

受験番号	第　　　　番

物　理　301　その4

第4問 次の文章の中の $\boxed{}$ に数式,「　」に語句を入れよ。ただし，プランク定数は h〔J・s〕，電気素量は e〔C〕，静電気力に関するクーロンの法則の比例定数は k_0〔N·m²/C²〕で表すものとする。

原子の中の電子の運動は，太陽系の惑星の運動に似ていると言われることもあるが，実は両者には大きな違いがある。原子内電子は，どんな軌道でも自由に選べるのではなく，ある特別な条件を満たすものだけが許される。

水素原子についてのボーアの理論を用いて，これをもう少し定量的に考えてみよう。質量 m〔kg〕の電子が，速さ v〔m/s〕で半径 r〔m〕の等速円運動を続けるためには

$$F = \boxed{\frac{mv^2}{r}}\ \text{〔N〕} \qquad (1)$$

という力が常に「円の中心」方向に働いていることが必要である。水素原子の場合，この力を生み出しているのは電子と原子核(陽子)の間の「クーロン力」であり，その大きさ F は

$$F = \boxed{k_0\frac{e^2}{r^2}} \qquad (2)$$

である。式(1)，(2)より v と r の間に一つの関係(これを関係1とする)が生れ，これを電子の力学的エネルギー

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - k_0\frac{e^2}{r}$$

に代入すると

$$E = -k_0\frac{e^2}{2r} \qquad (3)$$

となる。

一方，ド・ブロイは，運動量 mv〔kg·m/s〕の電子には，波長 $\lambda = \boxed{\frac{h}{mv}}$〔m〕の波動が伴なうと予測した。この予測に基づけば，電子の軌道としては，電子波が安定に存在できる軌道，つまり半径 r が

$$2\pi r = \boxed{\frac{h}{mv}} \times n$$

(n は正の整数)を満たす軌道だけが許されることになるので，ここでも v と r の間に別の関係(これを関係2とする)が生まれる。関係1と関係2から v を消去することにより r の取り得る値が

$$r_n = \boxed{\frac{n^2h^2}{4\pi^2k_0me^2}}$$

と決まり，それを(3)に代入することにより整数 n に対応する電子の力学的エネルギー E_n が

$$E_n = \boxed{-\frac{2\pi^2k_0^2me^4}{h^2}\cdot\frac{1}{n^2}}$$

と決まる。

例えば，i 番目の軌道にいる電子が j 番目の軌道に移るときには，そのエネルギーの差は光として放出される。この光の振動数 ν は，両軌道のエネルギー E_i，E_j と

$$\boxed{h\nu = E_i - E_j}$$

という等式で結びつけられる。

小　計	点