

数 学 202 その 1

第 1 問 $a > 0$ とする。曲線 $y = \log x$ と直線 $y = x$ および 2 直線 $x = a, x = a + 1$ で囲まれた部分の面積を S とする。

- (1) $x > 0$ のとき, $x > \log x$ であることを示せ。
- (2) S を a で表せ。
- (3) a が $a > 0$ の範囲を動くとき, S の最小値を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

数 学 202 その2

第2問 数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{3}{a_n} \right)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) で定められるとき, 次の問いに答えよ。

(1) $0 < a_2 - \sqrt{3} < \frac{1}{2}$ を示せ。

(2) n が2以上の自然数であるとき, 不等式 $0 < a_n - \sqrt{3} < \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ を数学的帰納法によって証明せよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の極限值を求めよ。

[第2問の解答箇所]

数 学 202 その 3

第3問 10枚のカードに0から9までの数字が1つずつ記入してある。この中から1枚のカードを取り出し、その数字を記録してもとに戻す。この試行を4回繰り返すとき、記録された4つの数字について次の問いに答えよ。

- (1) 1種類の数字からなる確率、すなわち4つの数字がすべて同じになる確率を求めよ。
- (2) 2種類の数字からなる確率を求めよ。
- (3) 3種類の数字からなる確率を求めよ。

[第3問の解答箇所]

数 学 202 その 4

第4問 行列 A で表される移動によって、点 (x, y) は点 $(x+y, x-y)$ に移る。行列 B で表される移動によって、点 (x, y) は点 $(2x+y+ax, x+2y-ay)$ に移る。行列 X が $AX=B$ を満たすとき、次の問いに答えよ。

- (1) X の逆行列が存在しないような a の値を求めよ。
- (2) a が整数で、行列 X^{-1} のすべての成分が整数になるような a をすべて求めよ。

[第4問の解答箇所]