

数 学 203 その 1

第 1 問 放物線 $y = \frac{2}{3}x^2$ を C_1 とし、円 $x^2 + y^2 = 1$ の $y \geq 0$ を満たす部分を C_2 とする。 C_1 と C_2 の交点を P, Q とし、原点を O とする。

- (1) P, Q の座標を求めよ。
- (2) 扇形 OPQ の面積を求めよ。
- (3) C_1 と C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

数 学 203 その2

第2問 実数を成分にもつ2次の正方行列について、次の問いに答えよ。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。

(1) $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} c & -d \\ d & c \end{pmatrix}$ が $AB = O$ を満たすとき、 $A = O$ または $B = O$ が成り立つことを示せ。

(2) $X = \begin{pmatrix} p & -q \\ q & p \end{pmatrix}$ のとき、 $X^2 = -E$ を満たす p, q をすべて求めよ。

(3) $Y = \begin{pmatrix} r & -s \\ s & r \end{pmatrix}$ のとき、 $Y^3 = E$ を満たす r, s をすべて求めよ。

[第2問の解答箇所]

数 学 203 その3

第3問 $a > 0$ とする。曲線 $y = \log x$ と直線 $y = x$ および2直線 $x = a, x = a+1$ で囲まれた部分の面積を S とする。

- (1) $x > 0$ のとき, $x > \log x$ であることを示せ。
- (2) S を a で表せ。
- (3) a が $a > 0$ の範囲を動くとき, S の最小値を求めよ。

[第3問の解答箇所]

数 学 203 その 4

第4問 右の図の三角柱 OAB-CDE において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおき、

$$|\vec{a}| = \sqrt{3}, \quad |\vec{b}| = \sqrt{5}, \quad |\vec{c}| = 4$$

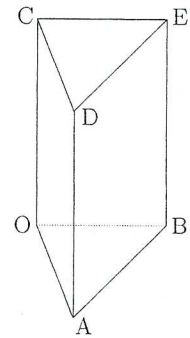
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1, \quad \vec{a} \cdot \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$$

とする。辺 AD, BE 上にそれぞれ点 P, Q をとり、 $AP = s$, $BQ = t$ とおく。

(1) $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{PQ}$ を $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ および s , t を用いて表せ。

(2) $OP \perp PQ$ となるとき、 t を s を用いて表せ。

(3) $\triangle OPQ$ が $OP = PQ$ の直角二等辺三角形となるように、 s , t の値を定めよ。



[第4問の解答箇所]

小 計	点
-----	---