

201 その4 ・ 203 その3

$$(1) \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot e^{-x} + \sqrt{x} \cdot (-e^{-x}) = \frac{(1-2x)e^{-x}}{2\sqrt{x}}$$

$$f'(x) = 0 \text{ のとき } x = \frac{1}{2}.$$

x	0	...	$\frac{1}{2}$	...	1
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	↗	$\frac{1}{\sqrt{2e}}$	↘	$\frac{1}{e}$

増減表より

$$\text{最大値 } \frac{1}{\sqrt{2e}} \quad \left(x = \frac{1}{2} \text{ のとき}\right), \quad \dots\dots(\text{答})$$

$$\text{最小値 } 0 \quad (x=0 \text{ のとき}).$$

$$(2) \quad V = \pi \int_0^1 (\sqrt{x} e^{-x})^2 dx$$

$$= \pi \int_0^1 x e^{-2x} dx$$

$$= \pi \int_0^1 x \left(-\frac{e^{-2x}}{2} \right)' dx$$

$$= \pi \left[x \cdot \left(-\frac{e^{-2x}}{2} \right) \right]_0^1 - \pi \int_0^1 \left(-\frac{e^{-2x}}{2} \right) dx$$

$$= \pi \left(-\frac{e^{-2}}{2} \right) + \pi \left[\frac{e^{-2x}}{-4} \right]_0^1$$

$$= -\frac{e^{-2}}{2} \pi + \left(-\frac{e^{-2}}{4} + \frac{1}{4} \right) \pi$$

$$= \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{4e^2} \right) \pi$$

$$= \frac{\pi}{4} \left(1 - \frac{3}{e^2} \right). \quad \dots\dots(\text{答})$$

