

数 学 202 その1

第1問  $a > 0$  とする。曲線  $y = a^3x^2$  を  $C_1$  とし、曲線  $y = -\frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) を  $C_2$  とする。また、 $C_1$  と  $C_2$  に同時に接する直線を  $l$  とする。

- (1) 直線  $l$  の方程式を求めよ。
- (2) 直線  $l$  と曲線  $C_1, C_2$  との接点をそれぞれ  $P, Q$  とする。 $a$  が  $a > 0$  の範囲を動くとき、2点  $P, Q$  間の距離の最小値を求めよ。

---

[第1問の解答箇所]

数 学 202 その2

第2問  $n$  を自然数とする。 $\sqrt{3} \sin n\theta + \cos n\theta = 0$  を満たす  $\theta > 0$  を小さいものから順に  $n$  個取り、 $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$  とする。

- (1)  $k = 1, 2, \dots, n$  に対し、 $\theta_k$  を求めよ。
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \cos \frac{\theta_n}{2}$  を求めよ。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \cos \frac{\theta_1}{2} + \cos \frac{\theta_2}{2} + \dots + \cos \frac{\theta_n}{2} \right)$  を求めよ。

---

[第2問の解答箇所]

## 数 学 202 その3

第3問 2次の正方行列  $A$  で表される1次変換を  $f$  とする。  $O$  を原点とする座標平面上に、異なる2点  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$  があって、次の2つの条件を満たす。

条件1: 1次変換  $f$  により、点  $P$  は点  $(-2x_2, -2y_2)$  に移る

条件2: 合成変換  $f \circ f$  により、点  $Q$  は点  $(4x_1, 4y_1)$  に移る

- (1) 行列  $A^3$  で表される1次変換により、点  $P$  は点  $(-8x_1, -8y_1)$  に、点  $Q$  は点  $(-8x_2, -8y_2)$  に移ることを示せ。
- (2) 3点  $O, P, Q$  は同一直線上にないことを示し、 $x_1y_2 - x_2y_1 \neq 0$  を示せ。
- (3)  $A^3 = -8E$  を示せ。ただし、 $E$  は2次の単位行列である。

---

[第3問の解答箇所]

数 学 202 その 4

第 4 問 表と裏のあるコイン 14 枚を一列に並べる。隣接する 2 枚の組すべてに着目し、表表、裏裏、表裏、裏表となる組の個数をそれぞれ数える。例えば、「表表表裏裏表表表裏裏裏裏裏裏」の順に並べた場合、表表は 4 個、裏裏は 6 個、表裏は 2 個、裏表は 1 個である。次の問いに答えよ。

- (1) 表表が 0 個、裏裏が 11 個、表裏が 1 個、裏表が 1 個となる並べ方は何通りか。
- (2) 表表が 0 個、裏裏が 9 個、表裏が 2 個、裏表が 2 個となる並べ方は何通りか。
- (3) 表表が 2 個、裏裏が 6 個、表裏が 3 個、裏表が 2 個となる並べ方は何通りか。

---

[第 4 問の解答箇所]