

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 254 その 1

第 1 問 a, b, c, d を実数とする。行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & c \\ d & 2 \end{pmatrix}$ は $AB = BA = O$ を満たす。ただし、 O は 2 次の零行列である。また、 $C = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$ とする。

- (1) a, b, c, d を求めよ。
- (2) A^2, B^2 を求めよ。
- (3) $kAC^{-1} + \ell BC^{-1} = E$ を満たす実数 k, ℓ を求めよ。ただし、 E は 2 次の単位行列である。
- (4) 自然数 n に対し、 C^n を求めよ。

[第 1 問の解答箇所]

数 学 2 5 4 そ の 2

第2問 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ は, 初項が $a_1 = 1$, $b_1 = 0$ であり, 次の関係式を満たす。

$$a_{n+1} = 5a_n + 4b_n, \quad b_{n+1} = a_n + 5b_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

(1) $a_{n+1} + \alpha b_{n+1} = \beta(a_n + \alpha b_n)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たす実数 α と β の組を2つ求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。

[第2問の解答箇所]

受験番号	第	番
------	---	---

数 学 2 5 4 そ の 3

第3問 $f(x) = x(1 - x^2)$ とする。曲線 $y = f(x)$ を C とし、 C 上の点 $(t, f(t))$ における接線を ℓ とする。

- (1) 接線 ℓ の方程式を求めよ。
- (2) $t \geq 0$ のとき、曲線 C と接線 ℓ および2つの直線 $x = 0$, $x = 1$ で囲まれた部分の面積 $S(t)$ を求めよ。
- (3) t が $t \geq 0$ の範囲を動くとき、(2) で求めた $S(t)$ の最小値を求めよ。

[第3問の解答箇所]