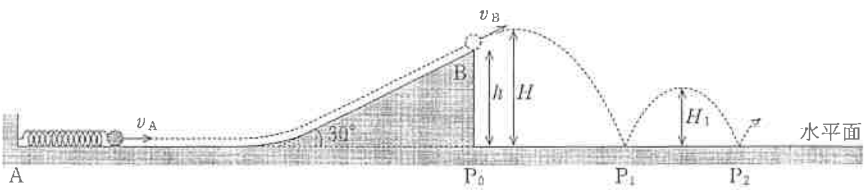
| 受験番号 | 第　　　　　　番 |
|---|---|

# 物　理　301　その1

**第1問** 図のように，水平面とそれになめらかにつながる傾き30°の斜面がある。ばね定数$k$〔N/m〕の軽いばねを自然の長さの状態で水平面に置き，左端を点Aの壁に固定し，右端に質量$m$〔kg〕の小球を接するように置いた。

小球をばねに押し付けて，ばねが自然長から$d$〔m〕だけ縮んだ位置で静かに手を離したところ，ばねが自然長に達した瞬間に小球はばねから離れ，水平面を運動し始めた。その後，小球は斜面を滑ってのぼり，斜面の右端の点Bから飛び出したのち点$P_1$に落下し，次々にはねかえりながら移動した。摩擦及び空気の抵抗はないものとし，また点Bの高さを$h$〔m〕，重力加速度の大きさを$g$〔m/s$^2$〕として，以下の問いに答えよ。




問 1　手を離したのち小球がばねから離れるまでの時間$t_A$〔s〕とその時の小球の速さ$v_A$〔m/s〕を求めよ。

〔式と計算〕

力学的エネルギーの保存則より

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\therefore v_A = d\sqrt{\frac{k}{m}}$$

一方，ばねと小球との系の単振動の周期を$T$として

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}},\ t_A = \frac{T}{4}$$

| 答 | | |
|---|---|---|
| | $t_A$ | $\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$ |
| | $v_A$ | $d\sqrt{\frac{k}{m}}$ |

問 2　点Bにおける小球の速さ$v_B$〔m/s〕を$v_A$を用いて表せ。

〔式と計算〕ばねから離れた点と点Bとを力学的エネルギーで結ぶ

$$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh$$

$$\therefore v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gh}$$

| 答 | $v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gh}$ |
|---|---|

問 3　小球は点Bから飛び出したのち最高点に達する。最高点の高さ$H$〔m〕を$v_B$を用いて表せ。

〔式と計算〕点Bと最高点とを力学的エネルギー保存則で結ぶ

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}m(v_B\cos 30°)^2 + mg(H-h)$$

$$\therefore H = h + \frac{v_B^2}{8g}$$

| 答 | $H = h + \frac{v_B^2}{8g}$ |
|---|---|

問 4　点Bの真下の点$P_0$から点$P_1$までの距離$\overline{P_0P_1}$〔m〕を$v_B$を用いて表せ。

〔式と計算〕

$$y = h + (v_B\sin 30°)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$y = 0$のとき　$t = \frac{v_B + \sqrt{v_B^2 + 8gh}}{2g}$

$$\therefore \overline{P_0P_1} = (v_B\cos 30°)t$$

| 答 | $\frac{\sqrt{3}v_B^2 + v_B\sqrt{3v_B^2 + 24gh}}{4g}$ |
|---|---|

問 5　水平面と小球のはねかえり係数を$e$とすると，点$P_1$ではねかえったのちの最高点の高さ$H_1$〔m〕ははじめの最高点の高さ$H$の何倍か。

〔式と計算〕

鉛直方向について

$$mgH = \frac{1}{2}mv'^2$$

$$\therefore v' = \sqrt{2gH}$$

はねかえった直後の鉛直方向の速さ$v''$は

$$v'' = ev' = e\sqrt{2gH}$$

再度力学的エネルギーの保存則より

$$\frac{1}{2}mv''^2 = mgH_1$$

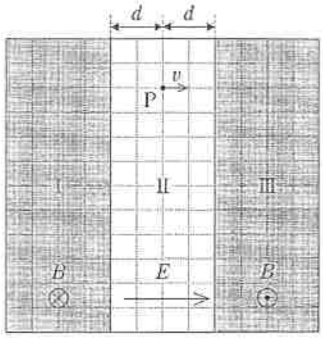
$$\therefore H_1 = e^2H$$

| 答 | $e^2$倍 |
|---|---|
| 小　計 | 点 |

| 受験番号 | 第　　　　　番 |
|---|---|

# 物　理　301　その2

**第2問**　右図のような幅 $2d$〔m〕の領域Ⅰ，Ⅱ，Ⅲがある。領域Ⅰ及びⅢには紙面に垂直に一様な磁束密度 $B$〔T〕の磁場があり，その向きは領域Ⅰでは紙面の表から裏，領域Ⅲでは裏から表である。領域Ⅱには右向きに一様な強さ $E$〔V/m〕の電場がある。領域Ⅰ及びⅢに電場は存在せず，領域Ⅱに磁場は存在しない。全ての領域は真空とする。今，時刻 $t=0$ に，正の電荷 $q$〔C〕を持つ質量 $m$〔kg〕の粒子が，点Pから運動を開始した。点Pは図に示すように領域ⅠとⅢの間の中心線上に位置し，粒子は領域Ⅲの右端に到達することはないとする。以下の問いに答えよ。




問 1　粒子は点Pから速さ $v=0$ で運動を開始し，領域Ⅲに入射した。領域Ⅲに入射した時刻 $t_1$〔s〕及びその時の粒子の速さ $v_1$〔m/s〕を，$m$，$q$，$d$，$E$ を用いて表せ。

〔式と計算〕粒子の加速度を $a$ とする

$$ma = qE \quad \therefore\ a = \frac{qE}{m}$$

$$d = 0 + \frac{1}{2}a{t_1}^2 \text{ より } t_1 = \sqrt{\frac{2md}{qE}}$$

$$v_1 = 0 + at_1 = \sqrt{\frac{2dqE}{m}}$$

| 答 | | |
|---|---|---|
| | $t_1$ | $\sqrt{\frac{2md}{qE}}$ |
| | $v_1$ | $\sqrt{\frac{2dqE}{m}}$ |

問 2　粒子は領域Ⅲで等速円運動を行った。円運動の半径 $r$〔m〕及び周期 $T$〔s〕を，$m$，$q$，$B$，$v_1$ の中から必要なものを用いて表せ。

〔式と計算〕ローレンツ力により円運動を行なうので

$$m\frac{{v_1}^2}{r} = qv_1B \quad \therefore\ r = \frac{mv_1}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v_1} = \frac{2\pi m}{qB}$$

| 答 | | |
|---|---|---|
| | $r$ | $\frac{mv_1}{qB}$ |
| | $T$ | $\frac{2\pi m}{qB}$ |

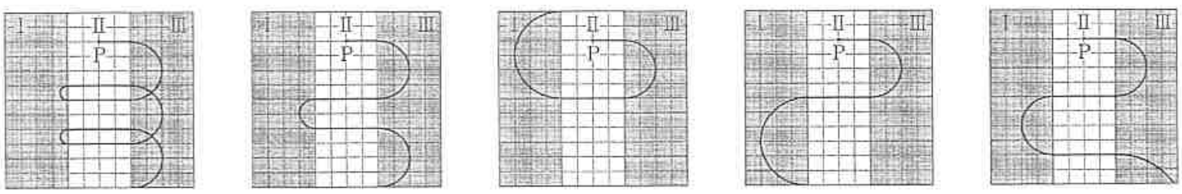
問 3　次に，粒子が点Pから右向きに速さ $v=v_0$〔m/s〕で運動を開始する場合を考える。このとき，粒子が領域Ⅰに入射できるための $v_0$ の条件を，$m$，$q$，$d$，$E$，$B$ の中から必要なものを用いて表せ。

〔式と計算〕点Pと領域Ⅰに入射する瞬間とを力学的エネルギーの保存則で結ぶと

$$\frac{1}{2}m{v_0}^2 = qV + \frac{1}{2}m\cdot 0^2 \quad \therefore\ {v_0}^2 = \frac{2qEd}{m}$$

| 答 | $v_0 > \sqrt{\frac{2qEd}{m}}$ |
|---|---|

問 4　粒子が問3の条件を満たす初速度で点Pから運動を開始したとき，粒子の運動の軌跡を表す最も適当な図を次の(a)〜(e)の中から選べ。




(a)　(b)　(c)　(d)　(e)

| 答 | (b) |
|---|---|

| 小　計 | 点 |
|---|---|

| 受験番号 | 第　　　　　番 |
|---|---|

# 物　理　301　その3

**第3問** 理想気体の気体分子の熱運動について考えよう。

〔1〕 次の文章の ① ～ ④ に，適当な語句または数式を入れよ。

温度 $T$〔K〕，体積 $V$〔$m^3$〕の容器の中に $N$ 個の単原子分子の理想気体が閉じこめられている。質量 $m$〔kg〕の単原子分子が速さ $v$〔m/s〕で熱運動している。1個の気体分子が容器の壁におよぼす力は，気体分子が壁と弾性衝突するときに壁に与える ① と単位時間当たりの ② の積に等しいと考えられる。これより，気体の圧力 $P$〔Pa〕は $P=\frac{Nm\overline{v^2}}{3V}$ と表すことができる。ここで，$\overline{v^2}$〔$m^2/s^2$〕は気体分子の速度の2乗平均である。いま気体定数を $R$〔J/(mol·K)〕，アボガドロ数を $N_A$ とすると，ボイル・シャルルの法則から理想気体の状態方程式は ③ と表される。理想気体の内部エネルギー $U$〔J〕は気体分子の平均の運動エネルギーの総和に等しいから，この場合のように $N$ 個の単原子分子からなる理想気体について温度 $T$ を用いて表すと $U=$ ④ 〔J〕となる。なお，空気の主成分である窒素や酸素のような気体分子は二原子分子として存在する。室温付近では，二原子分子からなる理想気体の内部エネルギーは，単原子分子の場合に比べて $\frac{5}{3}$ 倍になる。

| 答 | ① | ② | ③ | ④ |
|---|---|---|---|---|
| | 力積 | 衝突回数 | $PV=\frac{N}{N_A}RT$ | $\frac{3}{2}\frac{N}{N_A}RT$ |

〔2〕 空気を窒素や酸素からなる二原子分子の理想気体とする。温度 $2.8\times10^2$ K の部屋の中に，$2.6\times10^{27}$ 個の空気分子が閉じこめられている。空気分子の平均分子量を30，気体定数を 8.3 J/(mol·K)，アボガドロ数を $6.0\times10^{23}$ として，次の問いに答えよ。

問1 部屋の中の空気の全質量 $M_R$〔kg〕と空気分子の速度の2乗平均 $\overline{v^2}$ はいくらか。また，この空気全体の内部エネルギー $U$ を求めよ。

〔式と計算〕

1 mol ($6.0\times10^{23}$ 個) につき 30g であるから

$6.0\times10^{23}:30=2.6\times10^{27}:x$

$\therefore x=1.3\times10^5$ g

したがって

$M_R=1.3\times10^2$ kg

一方，$U=\frac{5}{3}\cdot\frac{3}{2}\frac{N}{N_A}RT$ より

$U=25.1\times10^6$

$\fallingdotseq 2.5\times10^7$ J

さらに

$N\times\frac{1}{2}m\overline{v^2}=U$ より

$\overline{v^2}=\frac{2U}{Nm}=\frac{2U}{M_R}$

$=38.7\times10^4\fallingdotseq3.9\times10^5$

| 答 | | |
|---|---|---|
| | $M_R$ | $1.3\times10^2$ kg |
| | $\overline{v^2}$ | $3.9\times10^5$ (m/s)$^2$ |
| | $U$ | $2.5\times10^7$ J |

問2 出力 2.5 kW のエアコンをもちいて，室温を 20 K だけ上昇させる。このために必要なエネルギー $E$ はいくらか。また，暖めるのに要する時間 $\tau$ を求めよ。ただし，エアコンのエネルギーは部屋の空気分子の運動エネルギーを大きくするためだけに消費されるとする。

〔式と計算〕

$E=\frac{5}{3}\cdot\frac{3}{2}\frac{N}{N_A}R\Delta T$

$=1.79\times10^6$

$\fallingdotseq1.8\times10^6$ J

$2.5\times10^3\times\tau=E$ より

$2.5\times10^3\times\tau=E$ より

$\tau=0.72\times10^3$

| 答 | | |
|---|---|---|
| | $E$ | $1.8\times10^6$ J |
| | $\tau$ | $7.2\times10^2$ s |

| 小　計 | 点 |
|---|---|